Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

**«Пермский национальный исследовательский**

**политехнический университет»**

Электротехнический факультет

Кафедра «Информационные технологии и автоматизированные системы»

Лабораторная работа №1

«Решение нелинейных уравнений»

10 Вариант

Выполнил студент гр. РИС-24-1б

Еременко Дмитрий Андреевич

Проверил:

Доц. каф. ИТАС

Ольга Андреевна Полякова

(оценка) (подпись)

(дата)

г. Пермь, 2024

**Постановка задачи:**

1. Решение нелинейного уравнения f(x) = 0,1x^2 – x\*ln(x) = 0

методом Ньютона, включающее в себя:

А) Геометрическое представление (Описание решения + скриншоты графики функций)

Б) Компьютерное представление (Описание решения + скриншоты программного кода с блок-схемой)

1. Решение нелинейного уравнения f(x) = 0,1x^2 – x\*ln(x) = 0

методом Ньютона, включающее в себя:

А) Геометрическое представление (Описание решения + скриншоты графики функций)

Б) Компьютерное представление (Описание решения + скриншоты программного кода с блок-схемой)

Довольно часто на практике приходится решать уравнения вида:

F(x) = 0, (1),  
где функция F(x) определена и непрерывна на некотором конечном или бесконечном интервале a < x < b .

Всякое значение x такое, что F(x) = 0, называется корнем уравнения, а нахождение этого значения и есть решение уравнения.

На практике в большинстве случаев найти точное решение возникшей математической задачи не удается. Поэтому важное значение приобрели численные методы, позволяющие найти приближенное значение корня. Под численными методами подразумеваются методы решения задач, сводящиеся к арифметическим и некоторым логическим действиям над числами, т.е. к тем действиям, которые выполняет ЭВМ.

Существует множество численных методов. Рассмотрим только два из них:

1. Метод Ньютона;
2. Метод половинного деления.

Постановка задачи:

**Решение нелинейного уравнения = 0,1x^2 – x\*ln(x) = 0**

**методом Ньютона**

А) Геометрическое представление

1. Нам дана функция вида 0,1x^2 – x\*ln(x) = 0, она непрерывна на отрезке [a;b].

Необходимо определить x0:

А) **Если f(a) \* f’’(a) > 0, то x0 = a:**

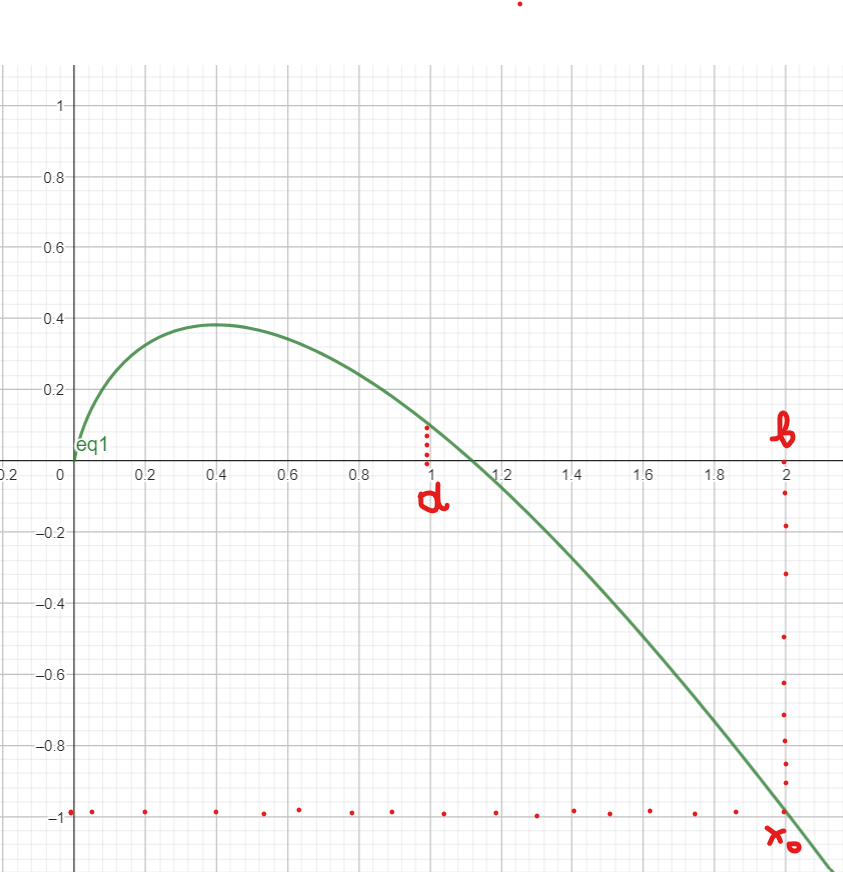
Б) **Если f(b) \* f’’(b) > 0, то x0 = b.**

В пример возьмем промежуток [1;2]

В случае А) **f(1) \* f’’(1)= -0,08 < 0**, в случае Б) **f(2) \* f’’(2) = 0,296... > 0**

Отсюда следует, что **x0 = 2, y0 = −0,986...**

**Все графики функций представленные ниже были сделаны на сайте geogebra.com**



Уравнение касательной в общем виде имеет представление:

**y – y0 = f’(x0) \* (x – x0)**

В нашем случае уравнение касательной к функции в точке x0 имеет вид:

**y = -1,293x + 1,601**

Точка пересечения касательной к оси Ох: **х1 = 1,238...**

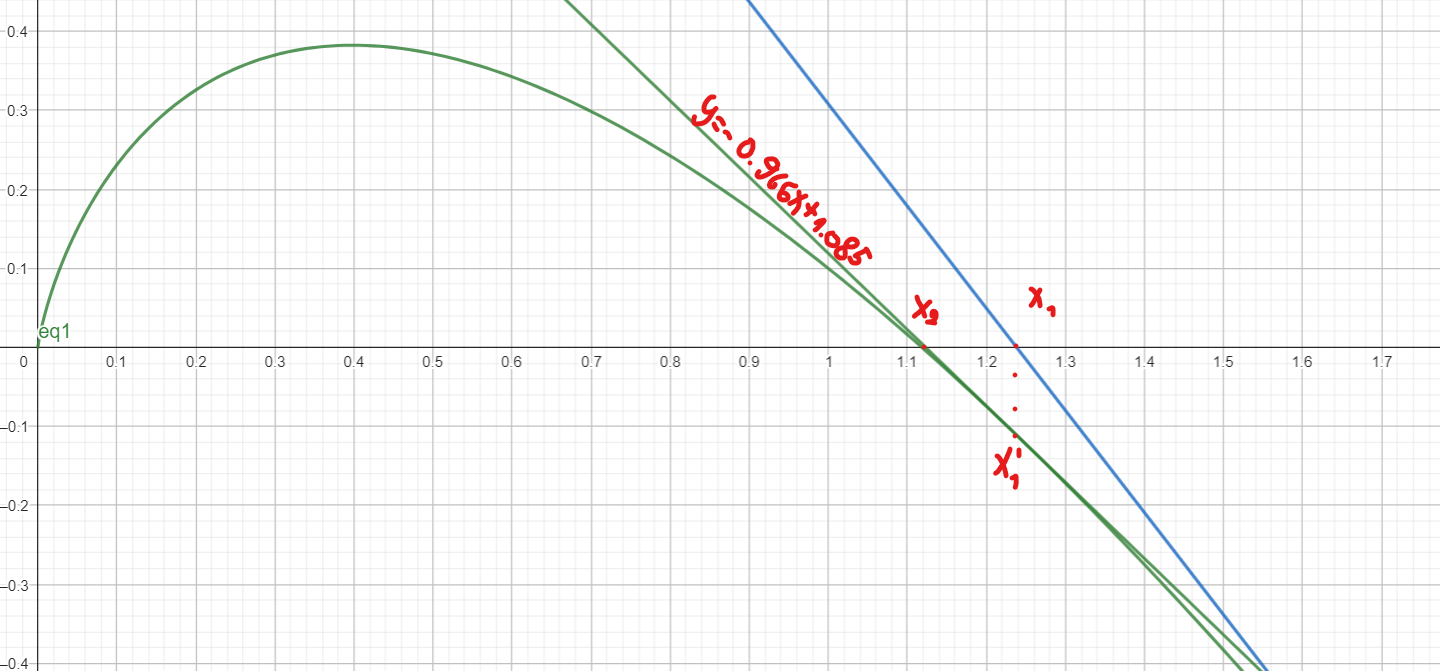


1. Находим **f(x1) = -0,111** и называем эту точку x1’

Уравнение касательной к функции в точке x1’:

**y = -0,966x +1,085**

Точка пересечения касательной к оси Ох: **х2 = 1,123...**

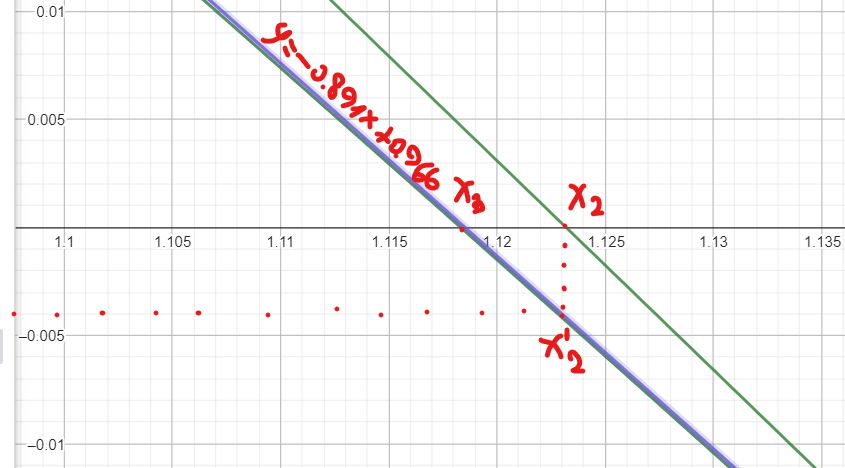


1. Находим **f(x2) = -0,004** и называем эту точку x2’

Уравнение касательной к функции в точке x2:

**y = -0,891x + 0.9966**

Точка пересечения касательной к оси Ох: **х3 =1.118**



1. Данные итерации выполняются до тех пор, пока не станет верным неравенство **|x(n) – x(n-1)| <= E** (E = 0,001).

С каждой итерацией происходит приближение к точному значению корня.

Также следующие после x1 корни можно находить по данной формуле **x(i) = x(i-1) - (f(x(i-1)) / f’(x(i-1))**.

Выведение формулы **x(i) = x(i-1) - (f(x(i-1)) / f’(x(i-1))**:

1. Геометрический смысл производной – это тангенс угла наклона касательной к Ох, то есть f’(x0) = tga = k
2. Уравнение прямой: y = k\*x + b
3. Уравнение касательной к точке x0: f(x0) = f’(x0) \* x0 + b
4. Отсюда следует что b = f(x0) – f’(x0) \* x0
5. Уравнение касательной, подставив b: y = f’(x0) \* x + f(x0) – f’(x0) \* x0
6. Преобразование уравнения с вынесением общего множителя: y = f’(x0) \* (x-x0) + f(x0)
7. Приравнивание к 0, т.к необходимо найти пересечение с Ох, и выражение х:

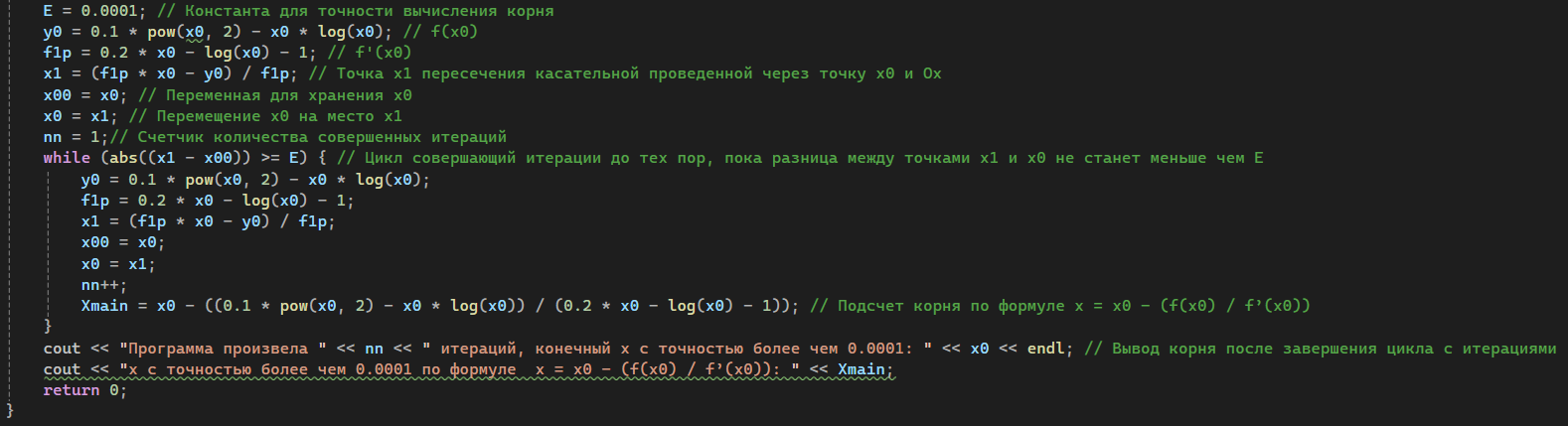
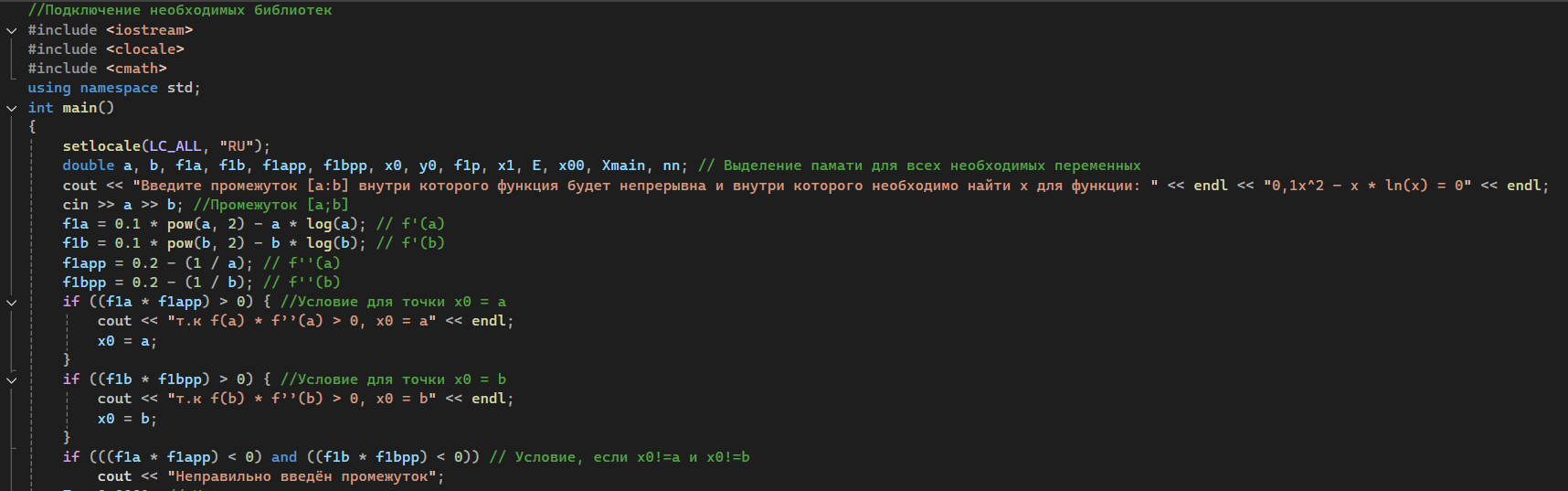
**x = x0 - (f(x0) / f’(x0))**

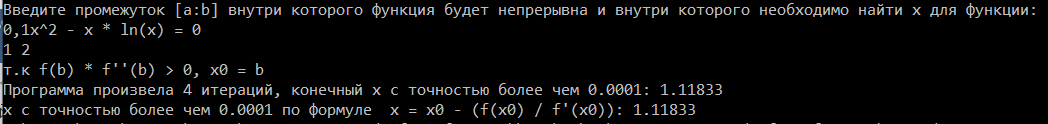
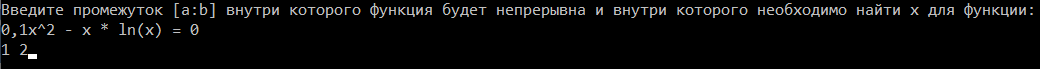
Таким образом мы доходим до точки xn = 1.11833... Что и будет являться нашим приближенным решением данного нелинейного уравнения

Б) Программное представление

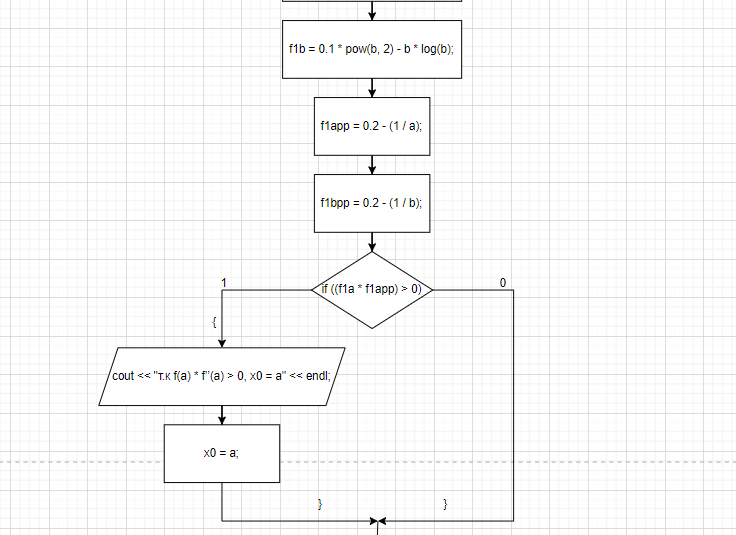
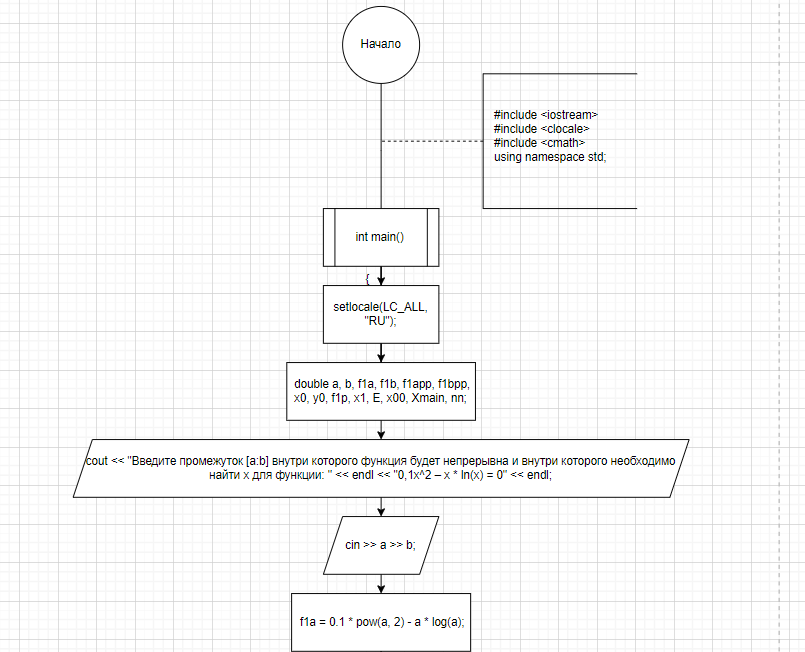
Ниже будет представлено решение данного нелинейного уравнения на языке программирования C++, а именно код программы и блок-схема по коду.

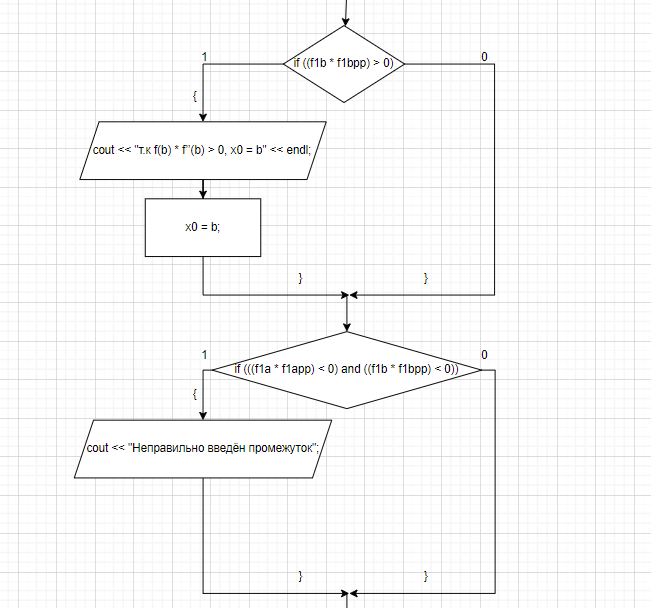
Код представленный ниже был написан в программе Visual Studio 2022.

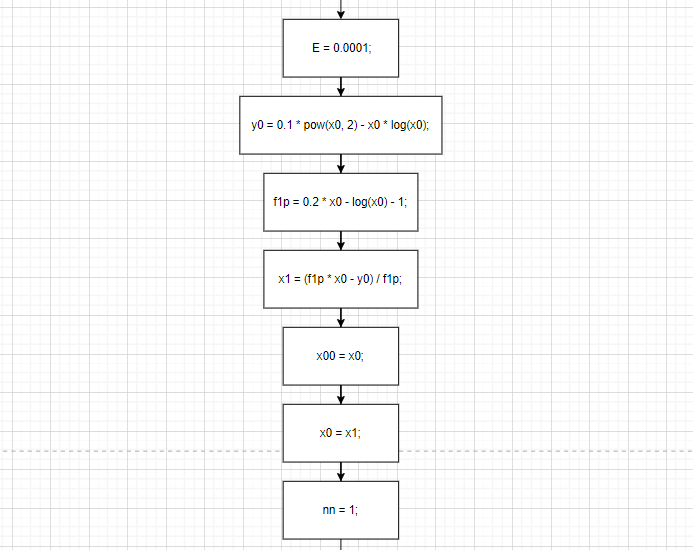


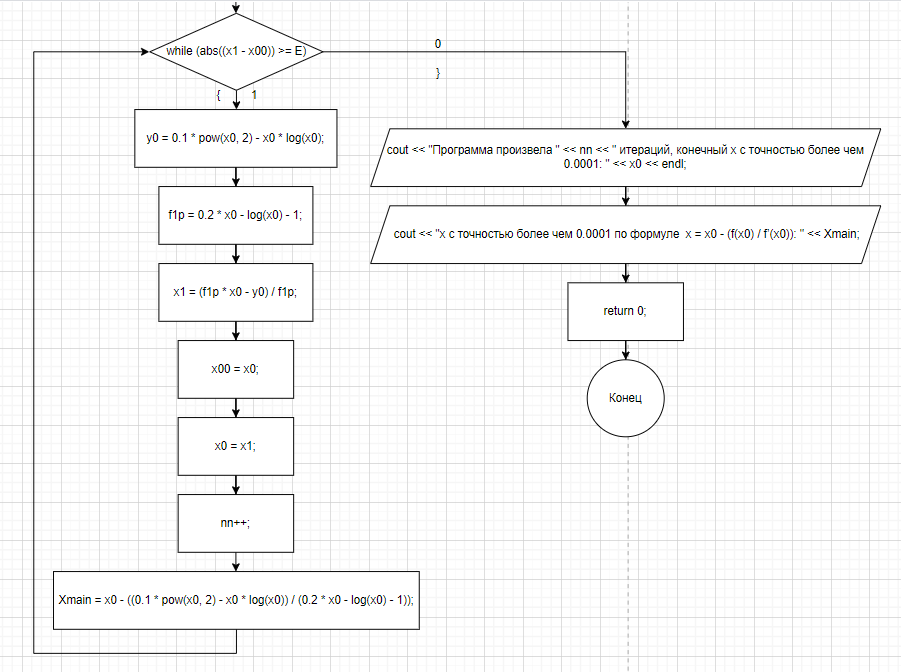


Блок-схема представленная ниже была сделана на сайте draw.io









**Решение нелинейного уравнения 0,1x^2 – x\*ln(x) = 0**

**методом итераций**

А) Геометрическое представление

1. Необходимо преобразовать данную нам функцию вида **f(x) = 0**

в функцию вида **x = f(x)**, при важном условии, а именно что **|f’(x)| < 1**

от числа на данном нам промежутке [a;b]**:**

**0,1x^2 – x\*ln(x) = 0**

**0,1x^2 = x\*ln(x)**

**0,1x = ln(x)**

**e^0,1x = e^ln(x)**

**x = e^0,1x**

Отсюда следует что f(x) = e^0,1x

Возьмём промежуток [a;b] = [1;2]

Проверим условие **|f’(x)| < 1**:

**f’(x) = 0,1 \* e^0,1x**

**|f’(2)| = |0,1 \* e^0,1\*2| = 0,12221 < 1**

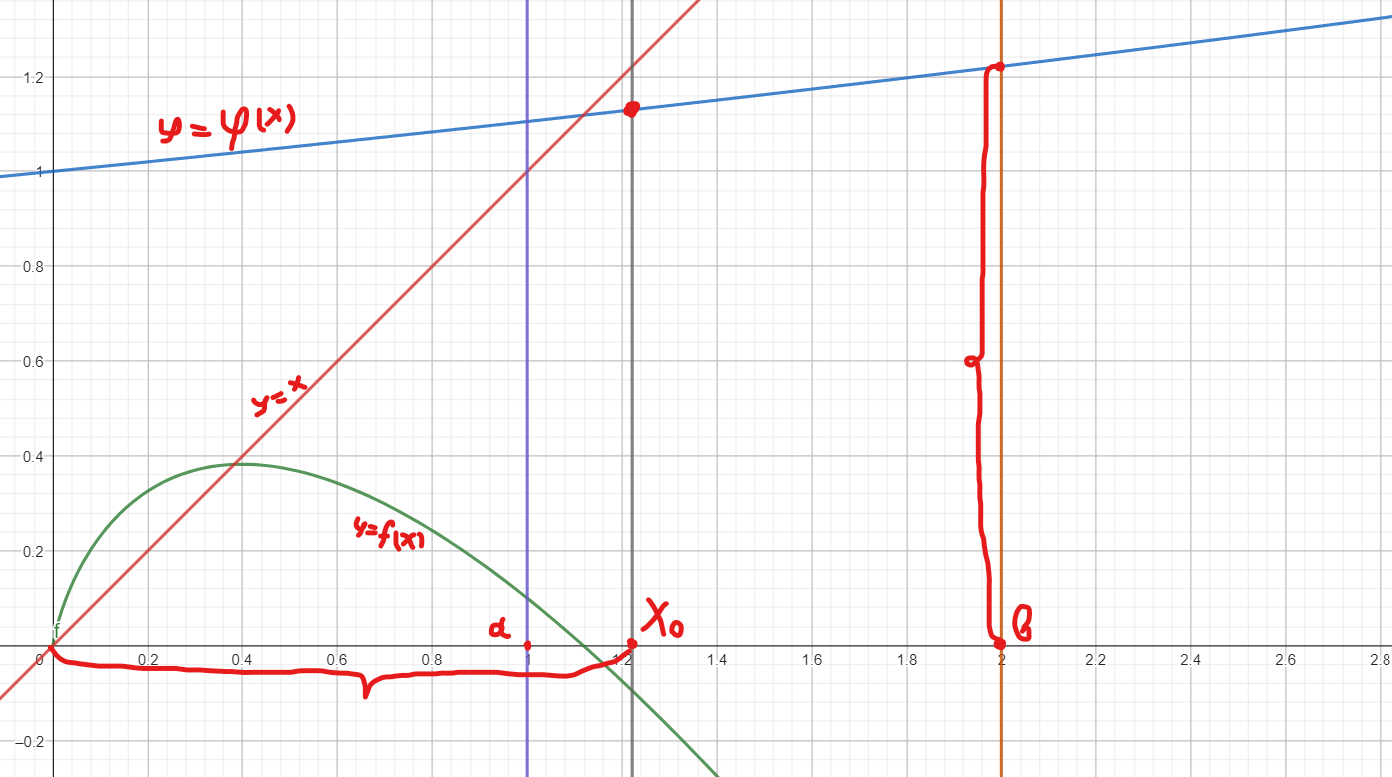
1. Т.к **|f’(2)| = 0,12221 < 1**, в виде первого приближенного корня берём

значение 2 и называем его x0, его значение находим по функции

**x0 =e^0,1x**

**x0 = e^0,1\*2 = 1,2214**

**Все графики функций представленные ниже были сделаны на сайте geogebra.com**



1. Повторяем эту итерацию, однако новую точку называем x1 и

следующее значение считаем относительно полученного ранее х0:

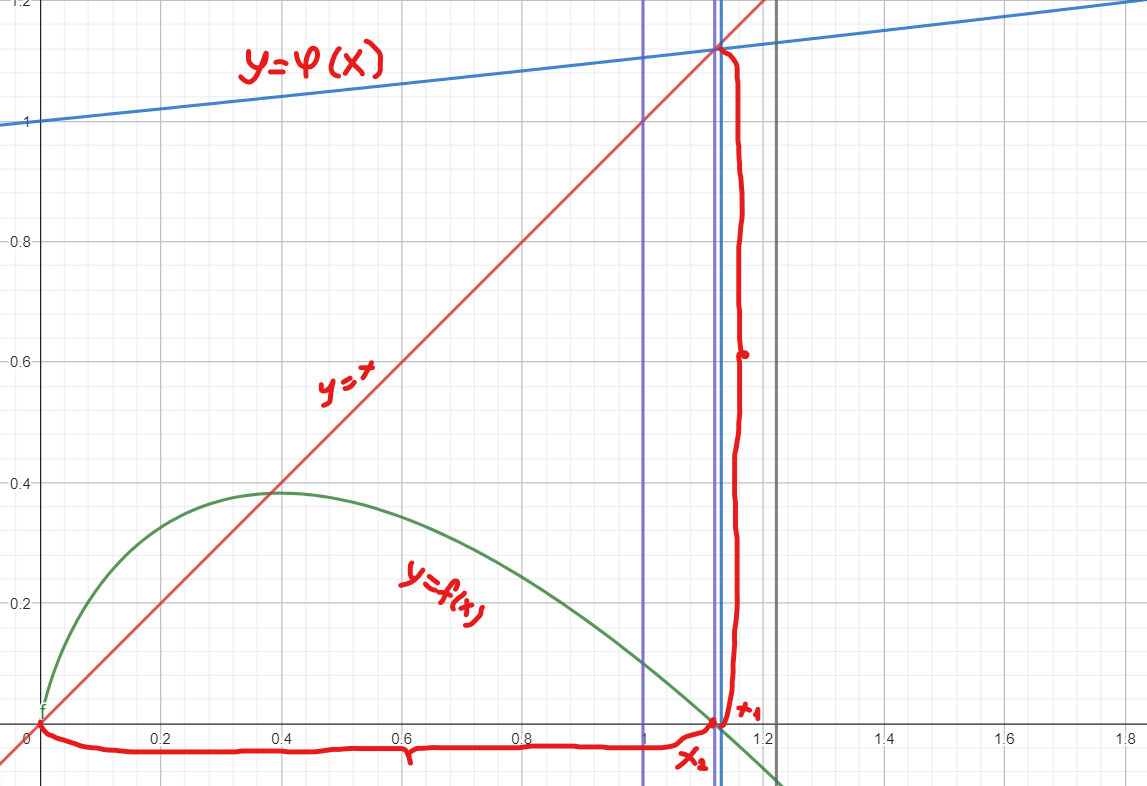
**х1 =** **e^0,1\*1,2214 = 1**,**12991**



1. Повторяем эту итерацию, однако новую точку называем x2 и

следующее значение считаем относительно полученного ранее х1:

**х2 =** **e^0,1\*1,1291 = 1**,**11962**

****

1. Повторяем данную итерацию до тех пор пока, не станет верно

неравенство:

**|x(n) – x(n-1)| < E**

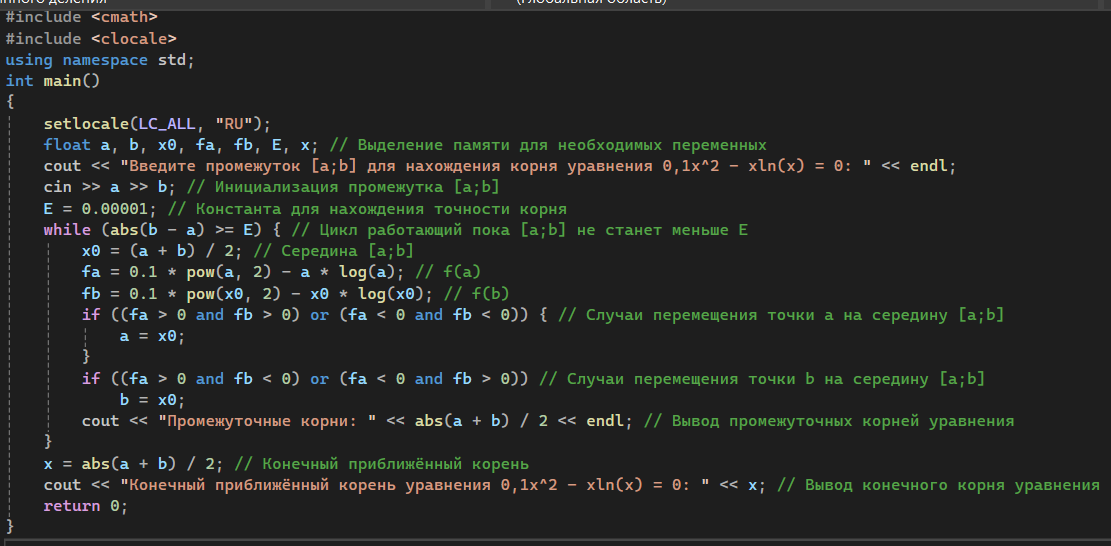
Е – точность вычислений нужного корня.

Таким образом мы доходим до точки xn = 1.11833... Что и будет являться нашим приближенным решением данного нелинейного уравнения.

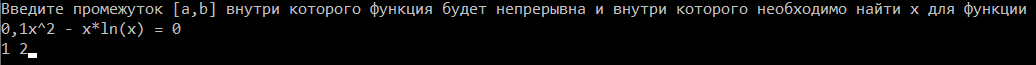
Б) Программное представление

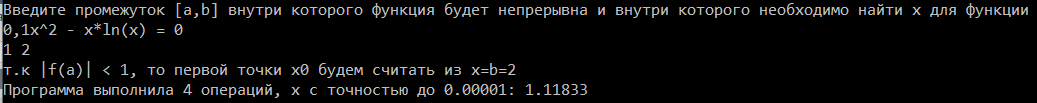
Ниже будет представлено решение данного нелинейного уравнения на языке программирования C++, а именно код программы и блок-схема по коду.

Код представленный ниже был написан в программе Visual Studio 2022.

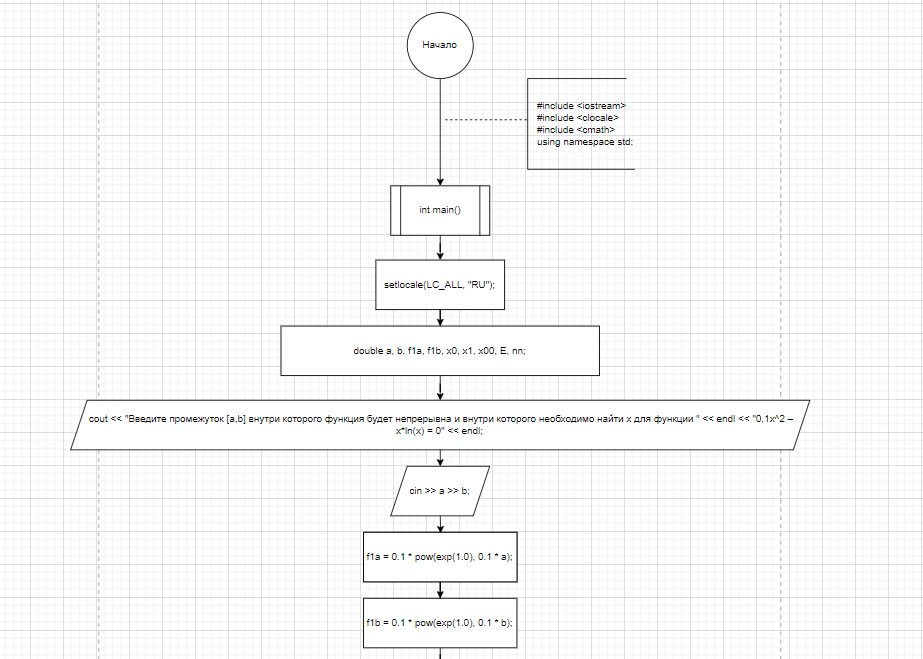


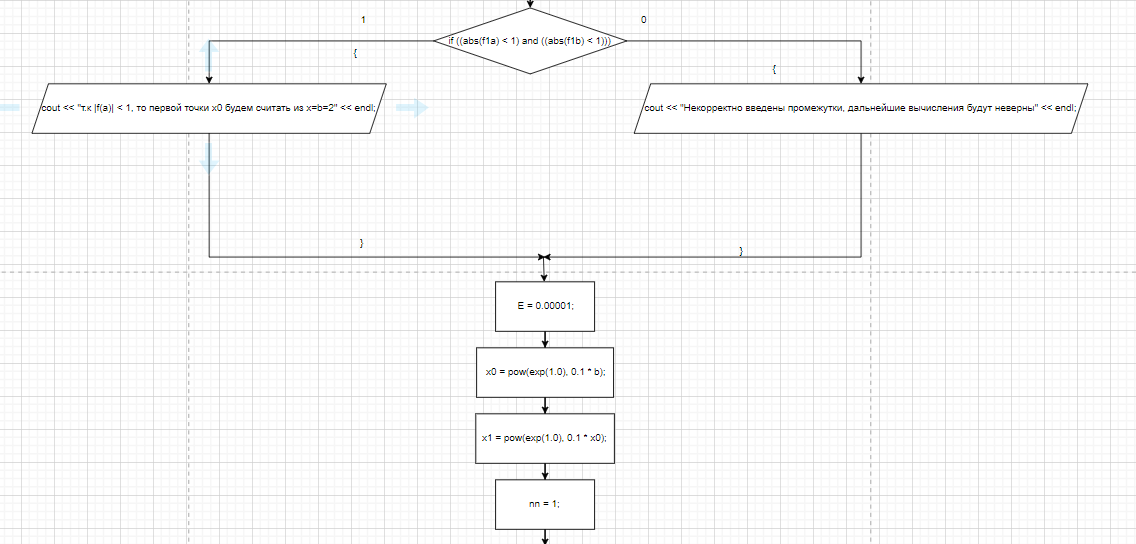


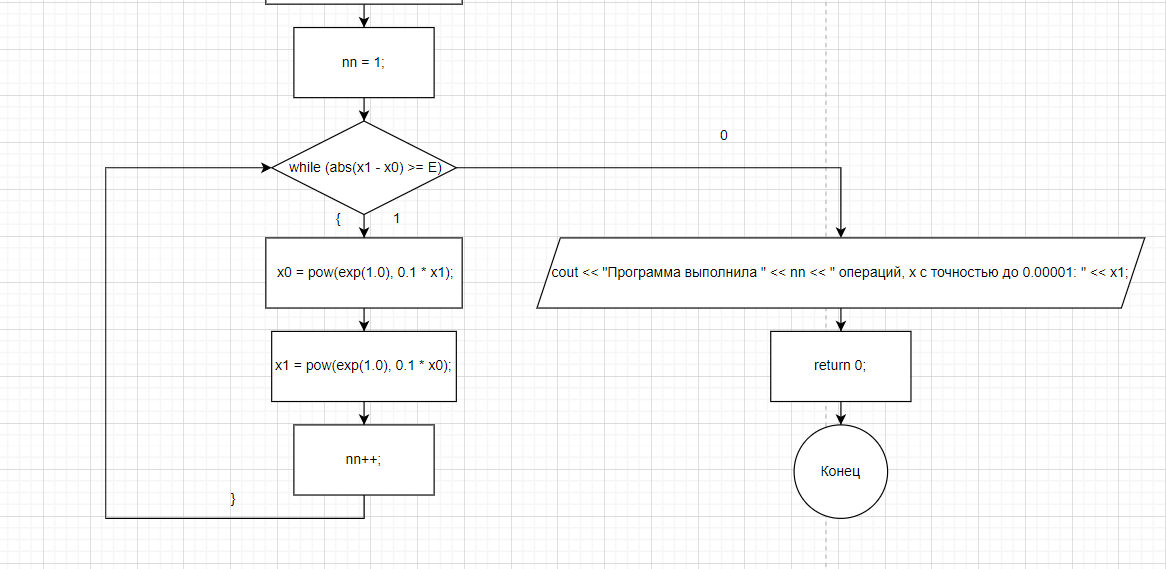




Блок-схема представленная ниже была сделана на сайте draw.io







**Решение нелинейного уравнения 0,1x^2 – x\*ln(x) = 0**

**методом половинного деления**

А) Геометрическое представление

1. Нам дана функция вида 0,1x^2 – xln(x) = 0, она непрерывна на отрезке

[a;b].

Давайте найдем значение функции на обоих концах данного промежутка взяв **a=1**, **b=2**, т.к на данном промежутке функция непрерывна

**f(a) = 0,1**

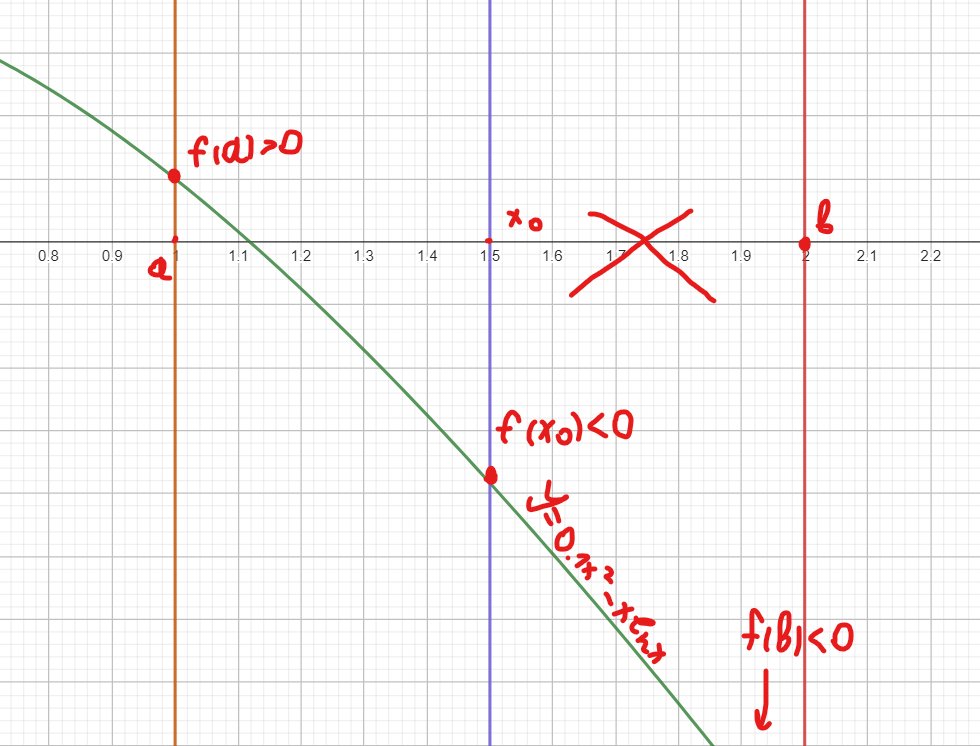
**f(b) = -0,9863**

Это даёт нам понять что, на промежутке [a,b] функция пересекла Ох, значит на нём точно есть корень уравнения

1. Нам необходимо узнать середину отрезка [a;b], назовём эту точку **x0 = (a+b) / 2 = 1,5**

Найдем значение функции в данной точке **f(x0) = -0,3832**

Функция отрицательна, значит на промежутке [a;x0] функция пересекала Ох. Благодаря этому мы можем отбросить промежуток [x0;b], потому что на нем точно нет корня, оставив промежуток [a;x0].

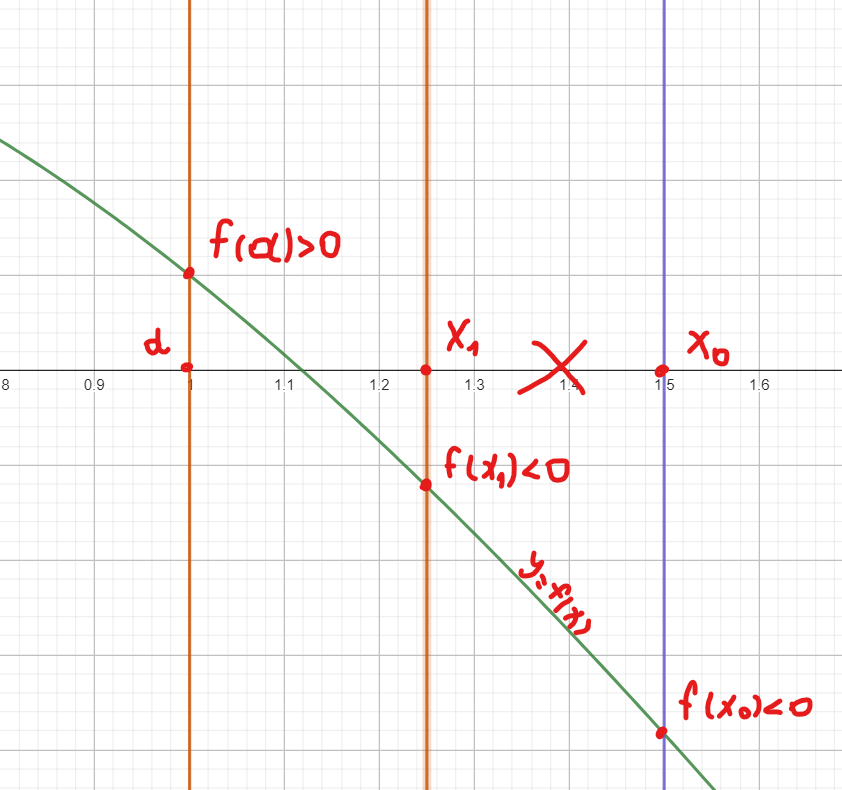


1. Теперь возьмём середину отрезка [a;x0] и назовем эту точку x1

**x1 = (1 + 1,5) / 2 = 1,25**

Найдем значение функции в данной точке **f(x1) = -0,1227**

Функция отрицательна, значит на промежутке [a;x1] функция пересекала Ох. Благодаря этому мы можем отбросить промежуток [x1;x0], потому что на нем точно нет корня, оставив промежуток [a;x1].

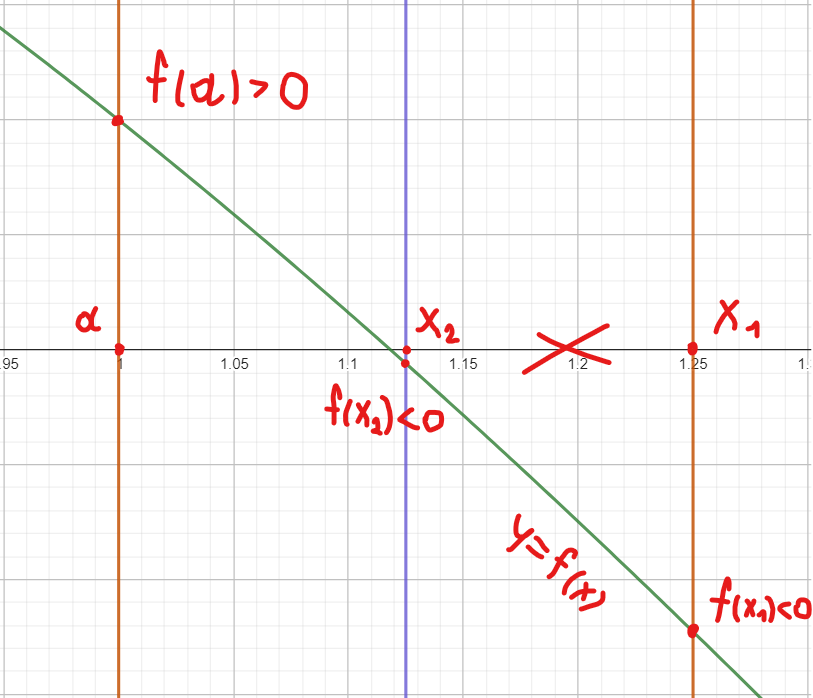


1. Теперь возьмём середину отрезка [a;x1] и назовем эту точку x2

**x2 = (1 + 1,25) / 2 = 1,125**

Найдем значение функции в данной точке **f(x2) = -0,0059**

Функция отрицательна, значит на промежутке [a;x2] функция пересекала Ох. Благодаря этому мы можем отбросить промежуток [x2;x1], потому что на нем точно нет корня, оставив промежуток [a;x2].

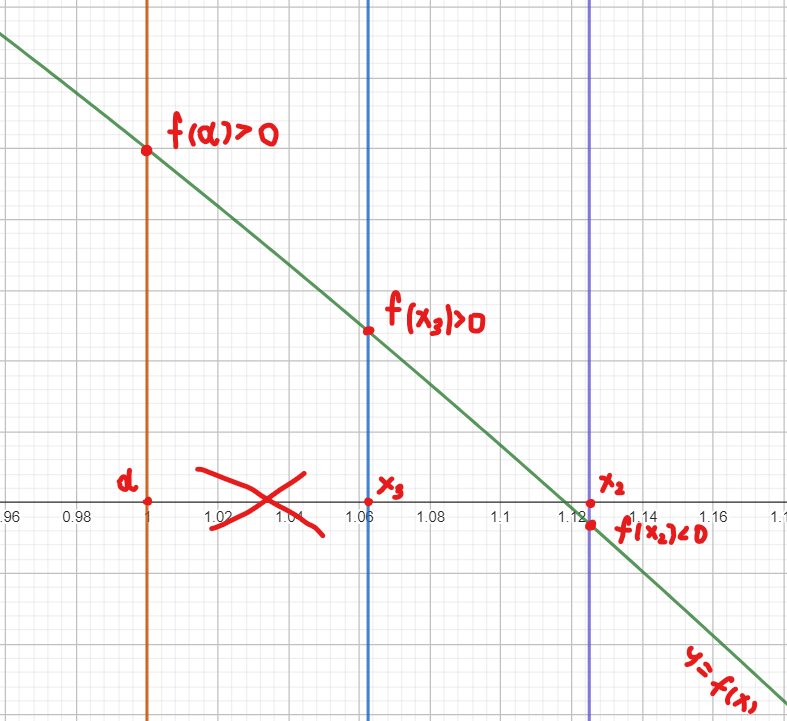


1. Теперь возьмём середину отрезка [a;x2] и назовем эту точку x3

**x3 = (1 + 1,125) / 2 = 1,0625**

Найдем значение функции в данной точке **f(x3) =**

Функция положительная, значит на промежутке [a;x3] функция не пересекала Ох. Благодаря этому мы можем отбросить промежуток [a;x3], потому что на нем точно нет корня, оставив промежуток [x3;x2].



1. Данные операции выполняются до тех пор пока длина нового

промежутка не станет меньше, чем **E = 0,0001**, то есть пока не станет равно неравенство

**x(n) – x(n-1) = E**

Отсюда следует что после каждой такой операции нужно отслеживать длину отрезка, назовем её l, тогда в нашем случае:

**l1 = [a;x0] = 1,5 - 1 = 0,5**

**l2 = [a;x1] = 1,25 - 1 = 0,25**

**l3 = [a;x2] = 1,125 - 1 = 0,125**

1. После нахождения новой точки, после которой выполнится неравенство:

**|x(n) – x(n-1)| = E**

Необходимый нам корень ищется по формуле

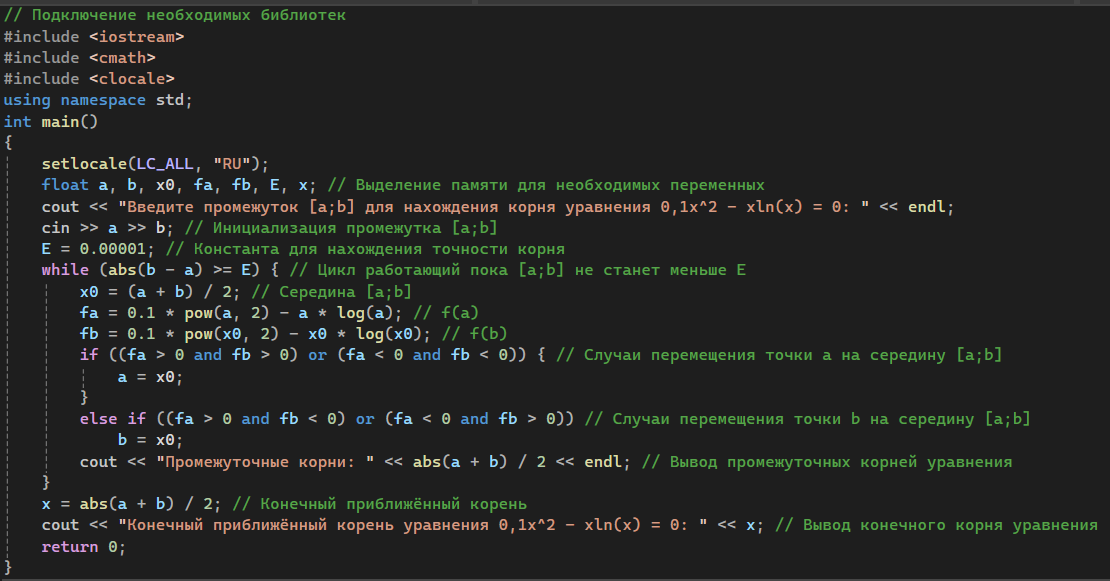
**X = (x(n) + x(n-1)) / 2**

Б) Программное представление

Ниже будет представлено решение данного нелинейного уравнения на языке программирования C++, а именно код программы и блок-схема по коду.

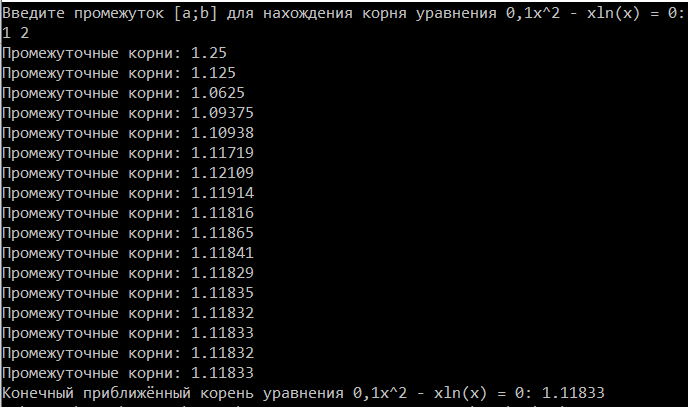
Код представленный ниже был написан в программе Visual Studio 2022.

1. Код решающий задачу без рекурсии:

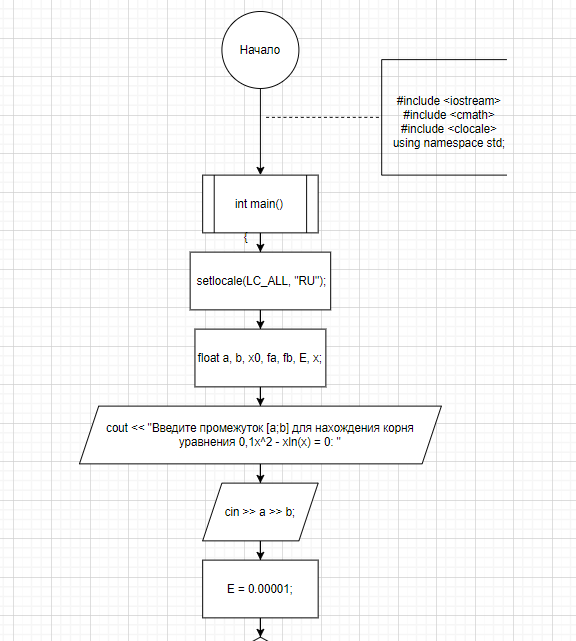


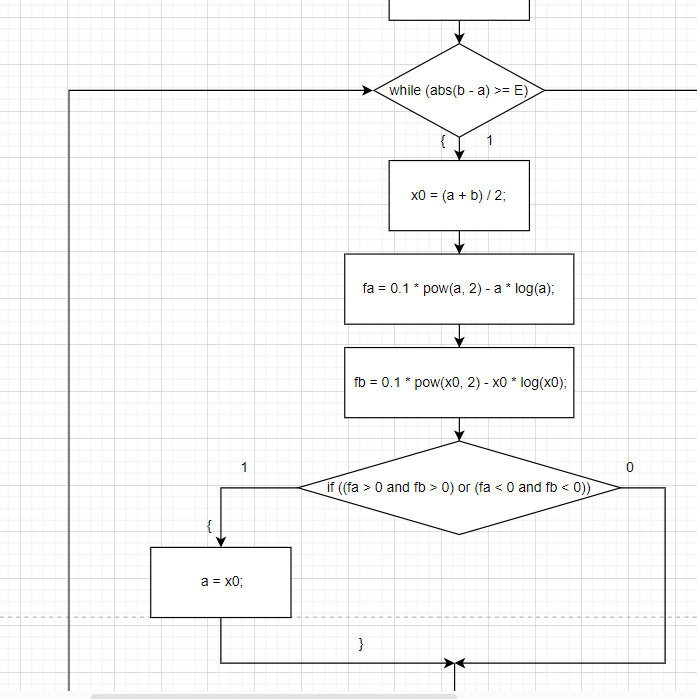


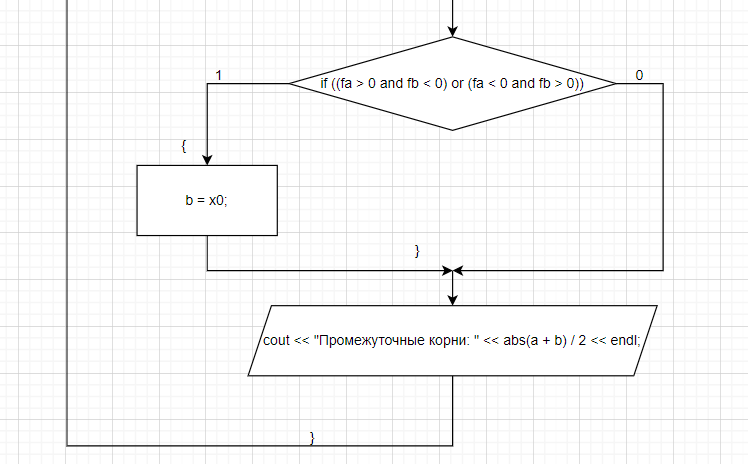


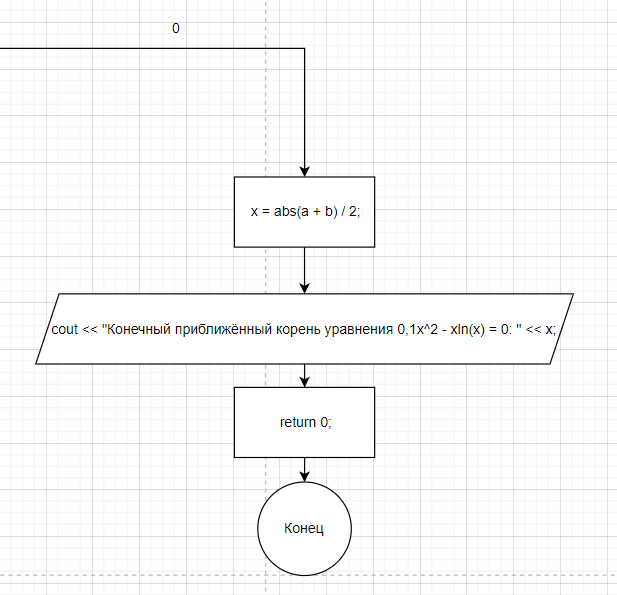


Блок-схема представленная ниже была сделана на сайте draw.io

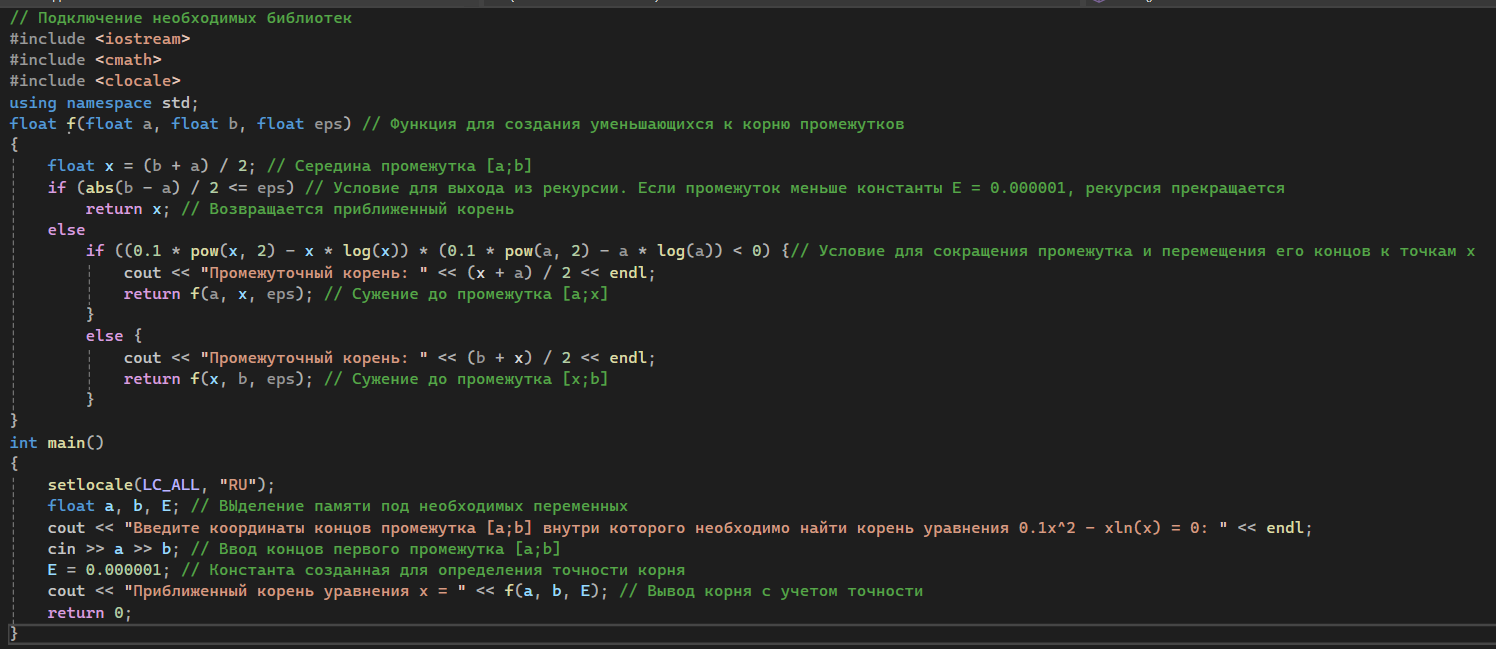






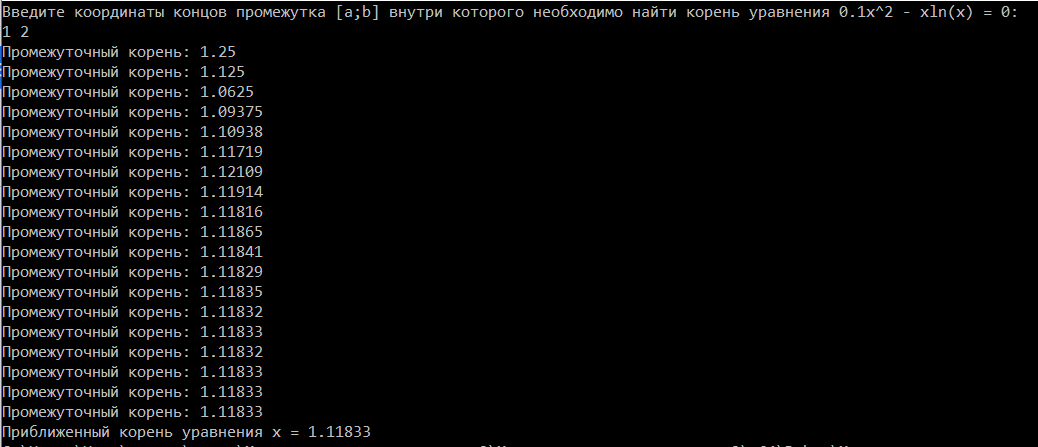


1. Код решающий задачу с рекурсией:

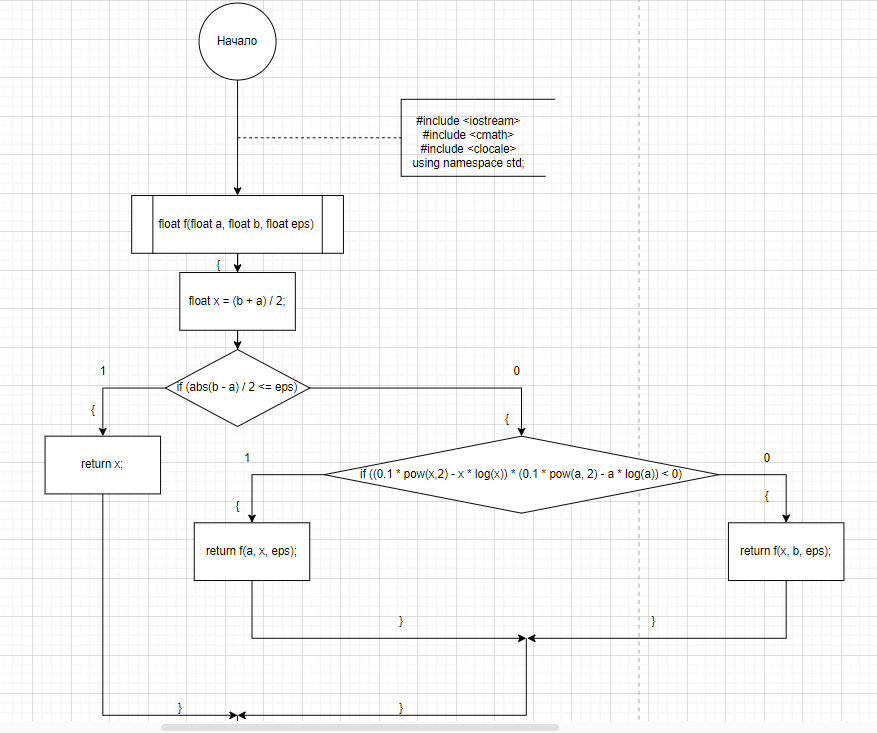
.

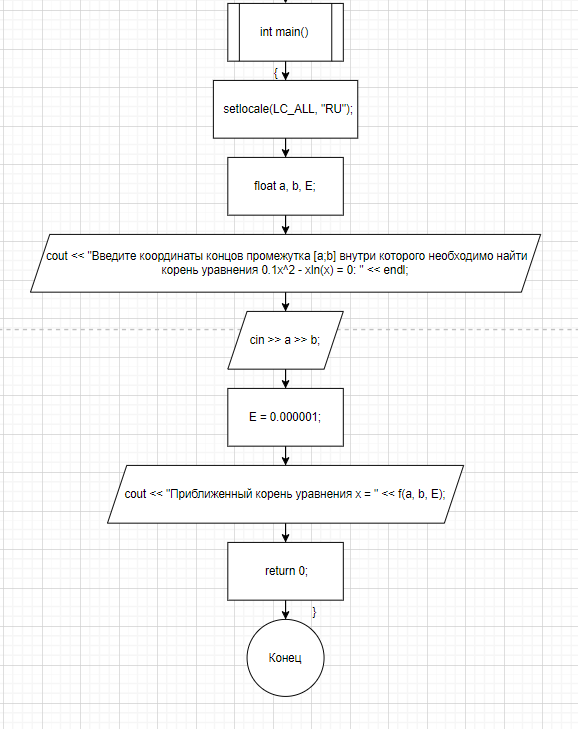






Блок-схема представленная ниже была сделана на сайте draw.io





Все файлы с кодами а также блок-схемами для решения нелинейного уравнения способами можно найти по этой ссылке: <https://github.com/breadyatina/Lab.-work-1>